

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Gabriel Eduardo da Silva

**Reconhecimento de formas 3D usando redes  
complexas**

**Uberlândia, Brasil**

**2017**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Gabriel Eduardo da Silva

## **Reconhecimento de formas 3D usando redes complexas**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Faculdade de Computação da Universidade Federal de Uberlândia, Minas Gerais, como requisito exigido parcial à obtenção do grau de Bacharel em Sistemas de Informação.

Orientador: Dr. André Ricardo Backes

Universidade Federal de Uberlândia – UFU

Faculdade de Ciência da Computação

Bacharelado em Sistemas de Informação

Uberlândia, Brasil

2017

*Dedico a minha mãe Silma que me ofereceu a oportunidade de me dedicar aos estudos e sempre me apoiou. Ao meu pai Messias (in memoriam) e a minha avó Orlantina (in memoriam) que infelizmente não estão presentes nesse momento, mas que intercedem por mim junto ao Pai. A minha esposa, Sara Guerra, que trouxe novos objetivos e sonhos a minha vida. E a todos meus amigos do EJC.*

# Agradecimentos

A Deus e a Virgem Maria, sob o título de Nossa Senhora de Guadalupe, por me fortalecerem na caminhada e permitirem que mais um sonho de minha vida seja realizado.

A todos meus companheiros e docentes da graduação, que me acompanharam nessa etapa tão importante, que partilharam comigo seus conhecimentos e me ajudaram durante toda vida acadêmica.

Ao meu orientador Dr. André Backes, que me acompanhou desde o primeiro período e me inspirou nas atividades de pesquisa.

Aos meus pais, amigos e familiares, que acreditaram em mim e me apoiaram a seguir os estudos. Em especial a minha mãe, Silma, que muito lutou para permitir que eu pudesse me dedicar inteiramente à graduação.

A Sara por me trazer novos objetivos na vida, me motivar a retomar os estudos, por me apoiar nos momentos de dificuldade e por me fazer uma pessoa melhor. A culpa disso tudo é sua!

A todos os membros do EJC (Encontro de Jovens com Cristo) da Paróquia Nossa Senhora de Guadalupe, minha segunda família, por fazerem parte da minha vida e “(...)pelos bons momentos que passamos juntos(...)”.

E a todos aqueles que, mesmo não citados aqui, foram importantes para minha formação, o meu muito obrigado.

*"Vinde, Maria, chegou o momento. Valei-nos agora e em todo tormento. Mãe da Providência, prestai-nos auxílio, no sofrimento da terra e no exílio. Mostrai que sois mãe de amor e de bondade, agora que é grande a necessidade. Amém!"*

# Resumo

Com o crescimento na utilização de modelos tridimensionais (3D) em diversos domínios, surgiu a necessidade de se criar mecanismos para organização, pesquisa e recuperação desses modelos. A popularidade recente dos modelos 3D estimulou pesquisadores a investigar os problemas de recuperação dos modelos e desenvolverem métodos mais eficientes para pesquisa e recuperação desses modelos. Buscando contribuir com a literatura recente, o presente trabalho propõe uma nova abordagem para caracterização de formas 3D utilizando-se da teoria das redes complexas. Modelando a forma 3D como uma rede complexa somos capazes de representar de forma eficiente, caracterizar e analisar o modelo pelas características topológicas da rede complexa. Comparamos nossa abordagem com dois outros métodos conhecidos na literatura, “Histograma de Formas 3D” e “Distribuição de Formas”, que comprovaram que a abordagem proposta é viável para caracterizar e discriminar de maneira eficiente as formas 3D.

**Palavras-chave:** Redes Complexas, Formas 3D, Visão Computacional, Classificação de Formas 3D, Recuperação de Formas 3D.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação dos Grafos . . . . .	14
Figura 2 – Evolução Dinâmica . . . . .	17
Figura 3 – Forma 3D . . . . .	19
Figura 4 – Evolução Dinâmica da Rede . . . . .	21
Figura 5 – Exemplos de formas 3D utilizadas nos experimentos. . . . .	25
Figura 6 – Técnicas de decomposição espacial . . . . .	25
Figura 7 – Taxa de acerto . . . . .	28

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Resultados alcançados para diferentes conjuntos de limiares quando se utilizando apenas a energia do histograma. . . . .	27
Tabela 2 – Melhores resultados e suas respectivas configurações . . . . .	27
Tabela 3 – Comparação das taxas de acerto entre os diferentes descritores de formas.	29

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>9</b>
1.1	Objetivos	9
1.2	Resultados Esperados	10
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>13</b>
3.1	Redes Complexas	13
3.2	Definições e notações	13
3.3	Propriedades da rede	15
<b>4</b>	<b>DESENVOLVIMENTO</b>	<b>18</b>
4.1	Modelando uma Nuvem de Pontos como uma Rede Complexa	18
4.2	Histograma de graus da rede	20
4.3	Descritores de histograma	21
4.4	Vetor de características proposto	22
<b>5</b>	<b>EXPERIMENTO</b>	<b>24</b>
5.1	Classificação	24
5.2	Experimento	24
<b>6</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>27</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>32</b>

# 1 Introdução

Nos últimos anos houve um crescimento da utilização de modelos tridimensionais (3D), seja na computação gráfica, na Internet ou em outros domínios específicos (*eg.* Medicina (MOON; PARK; SOHN, 2016; MISHRA, 2016), Biologia (KIKUCHI *et al.*, 1997) e Arqueologia (RICHARDS-RISSETTO, 2017; GALEAZZI *et al.*, 2016; LERCARI, 2017)). Com isso surge a necessidade de se criar mecanismos para a organização, pesquisa e recuperação desses modelos em grandes repositórios (BACKES *et al.*, 2010).

O impacto dos modelos digitais 3D é tão grande que é considerado por Schröder e Sweldens (SCHRÖDER; SWELDENS, 2001) como a “4ª onda de multimídia”, dando sequência ao áudio, imagem e vídeo - primeira, segunda e terceira onda respectivamente. Muitas são as dificuldades e desafios para a recuperação de formas 3D, existindo diferentes categorias e tipos de métodos de extração dos aspectos das formas 3D (YUBIN; HUI; YAO, 2007). Dentre as categorias citadas por (YUBIN; HUI; YAO, 2007) inclui-se a “Análise de Topografia” pelo método baseado em grafos, como os trabalhos de (CHEN; HUANG, 1988), (KITAMURA; KISHINO, 1996), (ANKERST *et al.*, 1999) e (OSADA *et al.*, 2002).

Diversos são os desafios na caracterização e identificação de modelos 3D. Sua maior complexidade, diversidade de informações, representações de dados concebidas para visualização, dimensão de dados demasiado alta, assim como suas implicações são alguns dos desafios citados em (YUBIN; HUI; YAO, 2007). Dessa forma a literatura atual ainda busca novas formas de modelar e classificar os objetos 3D, como em (SHAH; BENNAMOUN; BOUSSAID, 2017) e (YANG; ZHAO; SUN, 2017).

No presente estudo propomos uma nova forma de classificação de formas 3D, utilizando-se da modelagem de formas 3D como redes complexas, expandindo a técnica utilizada por (COSTA, 2004) para reconhecimento de formas 2D ou mais recentemente em (MACHADO *et al.*, 2017) para a análise de aglomerações de nanopartículas. Em nossa abordagem, transformamos uma rede complexa em uma nuvem de pontos, extraímos os graus da rede, criamos sub-redes utilizando-se de limiares para o peso, extraímos um vetor de características e classificamos as formas com base em diversas combinações de sub-redes e características. O estudo foi realizado sobre o repositório de formas 3D artificiais de (CHEN; GOLOVINSKIY; FUNKHOUSER, 2009).

## 1.1 Objetivos

O trabalho buscar analisar a viabilidade da utilização de redes complexas para modelagem de formas 3D e sua posterior descrição por meio de características da rede

modelada. A viabilidade será mensurada através de comparação com outros métodos de análise e recuperação de formas tridimensionais.

Neste trabalho propõe-se o uso de redes complexas na análise de formas 3D. Trata-se de um tipo especial de grafo que possui propriedades topográficas particulares, as quais não são encontradas em grafos simples, e que são úteis para análise de diversos aspectos das redes e para os mais variados propósitos (METZ et al., 2007). A abordagem foi utilizada por (COSTA, 2004) para o reconhecimento de formas 2D, sendo a proposta deste trabalho estender a ideia para formas 3D.

## 1.2 Resultados Esperados

Este trabalho espera compreender se diferentes características topológicas da rede, associadas como uma regra de modelagem capaz de converter formas 3D em grafos, são capazes de descrever e discriminar uma mesma forma 3D com tamanhos e orientações diferentes.

## 2 Revisão Bibliográfica

Muito se evoluiu desde que Wallace e Wintz ([WALLACE; WINTZ, 1980](#)) apresentaram seu método de reconhecimento de objetos 3D através de descritores de Fourier. Seu artigo apresentava uma técnica de normalização para os descritores que mantinha todas as informações da forma e era computacionalmente eficiente. O algoritmo descrito consiste no cálculo de descritores mais precisos, através de uma cadeia de erros de representação de código reduzida. Os descritores são normalizados para um tamanho, orientação e ponto inicial padrão de modo que pudessem ser comparados por medidas simples de distância. Segundo seus autores, as propriedades de interpolação únicas desses descritores permitiam uma performance superior aos métodos competidores da época.

O estado da arte continuou em evolução, até que em ([OSADA et al., 2002](#)) foi apresentado um método para se computar assinaturas de formas arbitrárias de modelos poligonais 3D. Ele utiliza-se de uma técnica de comparação por distribuição de probabilidades, o que torna-o mais simples e rápido do que outros métodos. Sua principal ideia é a representação da assinatura do modelo através de uma distribuição de amostras de uma função de forma que mensura as propriedades geométricas globais. O método consiste na transformação de um modelo 3D arbitrário em uma função parametrizada que pode ser facilmente comparada com outras, sendo necessários três passos para isso: amostragem, normalização e comparação da distribuição de probabilidades.

Em ([BIMBO; PALA, 2006](#)) é feita uma análise de diversos métodos de descrição de formas de modelos 3D. Os autores salientam a importância de produzir experimentos sobre vantagens e limitações de diferentes técnicas de recuperação da informação para formas 3D. São citados quatro categorias de técnicas de comparação por similaridade global: baseadas em primitivas, estatística, geometria e visão. Os testes demonstraram, após análise de cinco técnicas distintas, que as soluções baseadas em estatística não se mostraram melhores que as outras opções, sendo que as técnicas de visão aparentaram ser superiores as outras soluções.

No artigo de ([YUBIN; HUI; YAO, 2007](#)) é feita uma análise dos métodos contemporâneos para recuperação de modelos 3D baseados em conteúdo. Foram apresentados diversos desafios atuais para a recuperação de modelos 3D. Também é feita uma revisão do estado da arte para recuperação dos modelos supracitados, demonstrando os conceitos, técnicas e *frameworks* arquiteturais utilizados, além de citar desafios e problemas que merecem investigação futura.

A área da recuperação de modelos 3D está em seu estado infantil segundo ([QIN; JIA; QIN, 2008](#)). Em seu trabalho é feita uma revisão de vários métodos de recuperação

de modelos 3D baseados em conteúdo e se propõe uma taxonomia para os métodos. Os métodos foram classificados em cinco categorias pelos autores: *global shape based*, *topological graph based*, *model graph based*, *geometry based* e *appearance attribute based*. No trabalho é apresentado o estado da arte de cada uma dessas categorias, assim como suas vantagens e limitações.

A exemplo das pesquisas anteriores, em (TANGELDER; VELTKAMP, 2008) tem-se feito um levantamento de métodos para recuperação de modelos 3D baseados em conteúdo. Os métodos são separados em três grandes categorias, *feature based methods*, *graph based methods* e *other methods*, sendo que cada categoria possui diversas subcategorias. Assim como as pesquisas supracitadas, foi feito um levantamento do estado da arte para as categorias e subcategorias propostas, e uma comparação entre suas vantagens e desvantagens. Uma característica desse artigo é o fato de levar em conta a aplicabilidade tanto de modelos de superfície quanto de volume.

Em seus estudos (BACKES, 2010) apresenta a complexidade como uma característica de grande importância em processos de reconhecimento de padrão. Nele o autor aborda três metodologias: Dimensão Fractal, Caminhada Determinística do Turista e Redes Complexas. Segundo o autor, uma forma pode ser modelada como um grafo ou rede, utilizando-se posteriormente de suas propriedades topológicas para identificação e comparação com outras redes (BACKES, 2010).

## 3 Referencial Teórico

### 3.1 Redes Complexas

O estudo de redes complexas pode ser descrito como a intersecção entre a teoria dos grafos e mecanismos estatísticos (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2009), provindo de um domínio da matemática discreta denominado teoria dos grafos, nascido em 1736 quando Leonhard Euler publicou sua solução para o problema da ponte de Königsberg.

A pesquisa de redes complexas iniciou-se com os estudos de Flory (FLORY, 1941), Rapoport (RAPOPORT, 1951; RAPOPORT, 1953; RAPOPORT, 1957) and Erdős and Rényi (ERDÖS; RÉNYI, 1959; ERDÖS; RÉNYI, 1960; ERDÖS; RÉNYI, 1961). A literatura apresenta um crescimento no interesse em redes complexas nos últimos anos. Sua recente popularidade provém de sua grande flexibilidade e generalidade. As redes complexas são capazes de representar virtualmente qualquer estrutura natural, incluindo aquelas que sofrem alterações dinâmicas da topologia (COSTA et al., 2007). Como resultado, várias áreas focaram-se no estudo das propriedades estatísticas das redes complexas (ALBERT; BARABÁSI, 2002; NEWMAN, 2003; DOROGOVITSEV; MENDES, 2003), inclusive vários tópicos de visão computacional (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2009; BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2013; COSTA, 2004). Dentre muitas publicações relevantes podemos citar “*Small-World Networks*” de Watts e Strogatz (WATTS; STROGATZ, 1998) e “*Scale-Free Networks*” (BARABÁSI, 2009). Conforme (BOCCALETTI et al., 2006) o estudo das redes complexas começou com o esforço para definir os novos conceitos e medidas que caracterizariam a topologia de redes reais, tendo como principal resultado a identificação de uma série de princípios únicos e propriedades estatísticas comuns entre as redes.

### 3.2 Definições e notações

Em (BOCCALETTI et al., 2006) é apresentada a estrutura e dinâmica das redes complexas, trabalho esse motivado por três razões: o surgimento de novas linhas de pesquisas sobre as redes complexas, o maior interesse nas investigações no comportamento dinâmico das redes e apresentar uma pesquisa sobre tópicos que estavam atraindo muita atenção da comunidade científica.

Uma rede complexa pode ser representada como um grafo  $G = \mathcal{V}, \mathcal{L}$  onde temos dois conjuntos de elementos, com  $\mathcal{V} \neq \emptyset$  e  $\mathcal{L}$  como um conjunto de pares de elementos de  $\mathcal{V}$ . Os elementos do conjunto  $\mathcal{V}$  são os vértices do grafo  $G$  e os elementos de  $\mathcal{L}$  são as arestas

do grafo. O número de elementos em  $\mathcal{V}$  e  $\mathcal{L}$  são denotados por  $V$  e  $E$ . Dessa forma, o grafo  $G$  pode ser denotado por  $G(V, E)$ ,  $G_{V,E}$  ou mesmo  $G(V, E) = \mathcal{V}, \mathcal{L}$  (BOCCALETTI et al., 2006).

Os vértices são geralmente referenciados pela sua ordem  $i$  no conjunto  $\mathcal{V}$ . As arestas são combinações de dois vértices  $i$  e  $j$ , denotados  $(i, j)$  ou  $l_{ij}$ . Dois vértices que possuem arestas entre si são chamados adjacentes ou vizinhos. Nos grafos não direcionados a ordem dos vértices na aresta não é importante, porém a ordem se torna relevante nos grafos direcionados, pois denota ligações de  $i$  para  $j$ , de forma que  $l_{ij} \neq l_{ji}$  (BOCCALETTI et al., 2006).

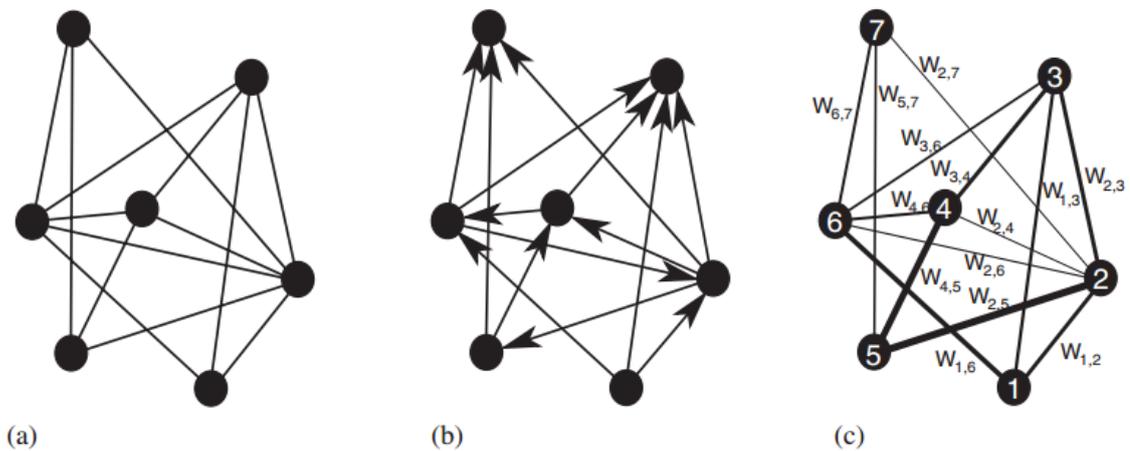


Figura 1 – Representação dos grafos exposta em (BOCCALETTI et al., 2006). (a) Grafo não direcionado, (b) Grafo direcionado e (c) Grafo não direcionado com pesos.

Na Figura 1 temos três exemplos de representação de grafos, ambos com  $V = 7$  e  $E = 14$ , ou seja, sete vértices e 14 arestas. Os grafos são representados como pontos e as arestas como linhas que ligam esses pontos. O primeiro grafo (a) demonstra um grafo não direcionado, onde a direção da aresta é irrelevante. O segundo grafo (b) demonstra um grafo direcionado, onde a direção da aresta é relevante, sendo representada por uma seta. Por fim, temos o terceiro grafo (c) que demonstra um grafo não direcionado com pesos, onde  $w_{i,j}$  representa o peso da ligação entre  $i$  e  $j$  (BOCCALETTI et al., 2006).

Podemos perceber também que os grafos da Figura 1 não contém *loops*, arestas de um vértice para ele mesmo e nem múltiplas arestas de um vértice a outro. Grafos com essas características são denominados multigrafos e não se encaixam na definição padrão de grafos exposta anteriormente (BOCCALETTI et al., 2006).

Para um grafo não direcionado  $G$  de tamanho  $V$  com  $E$  vértices devem possuir no mínimo 0 e no máximo  $N(N - 1)/2$  arestas - quando todos os vértices são adjacentes. O grafo é denominado esparsos se  $E \ll V^2$  e densos se  $E = \mathcal{O}(V^2)$ . O grafo  $G_{V,E}$  é considerado um grafo completo se  $E = V(V - 1)/2$ , sendo denotado como  $E_V$  (BOCCALETTI

et al., 2006).

Um subgrafo  $G' = (\mathcal{V}', \mathcal{E}')$  de  $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$  é um grafo onde  $\mathcal{N}' \subseteq \mathcal{N}$  e  $\mathcal{E}' \subseteq \mathcal{E}$ . Se  $G'$  contém todas as arestas de  $G$  que unem dois vértices em  $\mathcal{V}'$ , então  $G'$  é dito como um subgrafo induzido por  $\mathcal{N}'$ , sendo denotado como  $G' = G[\mathcal{V}']$ . O subgrafo é considerado maximal para uma dada propriedade se não puder ser estendido sem a perde-la. O subgrafo de vizinhos de um vértice  $i$  é denotado como  $G_i$  e definido como um subgrafo induzido por  $\mathcal{V}_i$ , o conjunto de vértices adjacentes a  $i$  (BOCCALETTI et al., 2006).

O artigo de (BOCCALETTI et al., 2006) apresenta também o conceito de atin-gibilidade entre dois vértices de um grafo como um dos conceitos centrais da teoria dos grafos. A caminhada do vértice  $i$  até o vértice  $j$  é dada pela sequência de vértices adja-centes do vértices  $i$  até o vértice  $j$ , sendo a distância da caminhada dada pela quantidade de arestas da sequência. A trilha é uma caminhada sem repetições de arestas, enquanto o caminho é uma caminhada sem repetições de vértices, ou seja, um vértice não é visitado mais de uma vez. A caminhada com menor distância entre dois vértices é conhecida como menor caminho ou *geodesico*. Outro conceito é o de ciclo, uma caminhada fechada de no mínimo três vértices sem repetição de arestas (BOCCALETTI et al., 2006).

### 3.3 Propriedades da rede

Dentre as propriedades das redes complexas, duas possuem particular importância para o presente trabalho: os graus de um vértice e a evolução dinâmica da rede.

O grau é uma característica importante de um vértice (DOROGOVITSEV; MEN-DES, 2004; COSTA et al., 2007). A partir dele podemos calcular diversas medidas de uma rede como, por exemplo, o seu grau máximo ou a distribuição dos graus (COSTA et al., 2007). Sendo interessante medir a correlação entre os graus de diferentes vértices, o que vem se apresentando importante na estrutura e nas propriedades dinâmicas da rede (MASLOV; SNEPPEN, 2002; COSTA et al., 2007).

O grau de um vértice, ou sua conectividade,  $k_i$  é dada pelo número de arestas que incidem sobre o vértice  $i$  (BOCCALETTI et al., 2006). Definida em (BOCCALETTI et al., 2006) como:

$$k_i = \sum_{j \in \mathcal{N}} a_{ij}$$

Para os grafos direcionados, os graus são compostos de arestas de saída  $k_i^{out} = \sum_j a_{ij}$ , sendo  $a_{ij}$  uma matriz de adjacências (CASANOVA, 2014; HARALICK; SHAN-MUGAM; DINSTEN, 1973), e arestas de entrada  $k_i^{in} = \sum_j a_{ji}$ , ou seja, a quantidade de arestas que partem do vértice  $i$  e a quantidade de arestas que chegam ao vértice  $i$ . Seu grau total é dado pela soma dos dois graus (BOCCALETTI et al., 2006).

A mais básica caracterização topológica de um grafo  $G$  é obtida pela distribuição de graus  $P(k)$ , definida como a probabilidade de um nó selecionado aleatoriamente possuir um grau  $k$ . No caso dos grafos direcionados é necessário considerar a distribuição de entrada  $P(K^{in})$  e saída  $P(K^{out})$ . A distribuição dos graus em uma rede não direcionada pode ser obtida por  $P(k)$  ou pelo cálculo dos momentos da distribuição (BOCCALETTI et al., 2006). O momento  $n$  de  $P(k)$  é definido por (BOCCALETTI et al., 2006) como:

$$\langle k^n \rangle = \sum_k k^n P(k)$$

Segundo (COSTA et al., 2007), uma das principais razões por trás da popularidade das redes complexas deve-se a sua flexibilidade e generalidade para representar virtualmente qualquer estrutura natural, incluindo as mudanças dinâmicas em sua topologia. Para (OLIVEIRA, 2016), a capacidade de representar sistemas como redes interconectadas e representar a evolução dinâmica da rede é a característica mais importante das redes complexas. A evolução dinâmica da rede afeta várias propriedades da rede (COSTA et al., 2007; ALBERT; BARABÁSI, 2002), tendo como consequência imediata que as medições de uma rede complexa são em função do tempo, ou seja, duas redes alcançadas em momentos distintos pela mesma dinâmica subjacente são caracterizadas por diferentes características (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2009). Um dos problemas é medir as propriedades estruturais das redes em evolução, de forma a caracterizar a conectividade dessas redes se altera durante o processo evolutivo (COSTA et al., 2007). A Figura 2, mostra um exemplo de evolução de uma rede em função do tempo.

A evolução da rede é normalmente estudada através de uma série de grafos estáticos, onde cada um desses grafos contém a transformação ocorrida na rede durante o período. Porém esses grafos não possuem informações adicionais sobre as modificações (PORTO, ).

Através dos conceitos de evolução dinâmica da rede, pode-se selecionar um conjunto de arestas  $E^*$  tal que  $E^* \subseteq E$  aplicando-se um limiar  $t$  e considerando a aresta parte do subconjunto se seu peso for menor ou igual que o limiar supracitado. Analisando as características das redes geradas a cada limiar é possível construir uma assinatura que descreva as características temporárias da rede, o vetor de características  $\varphi$  (BACKES, 2010).

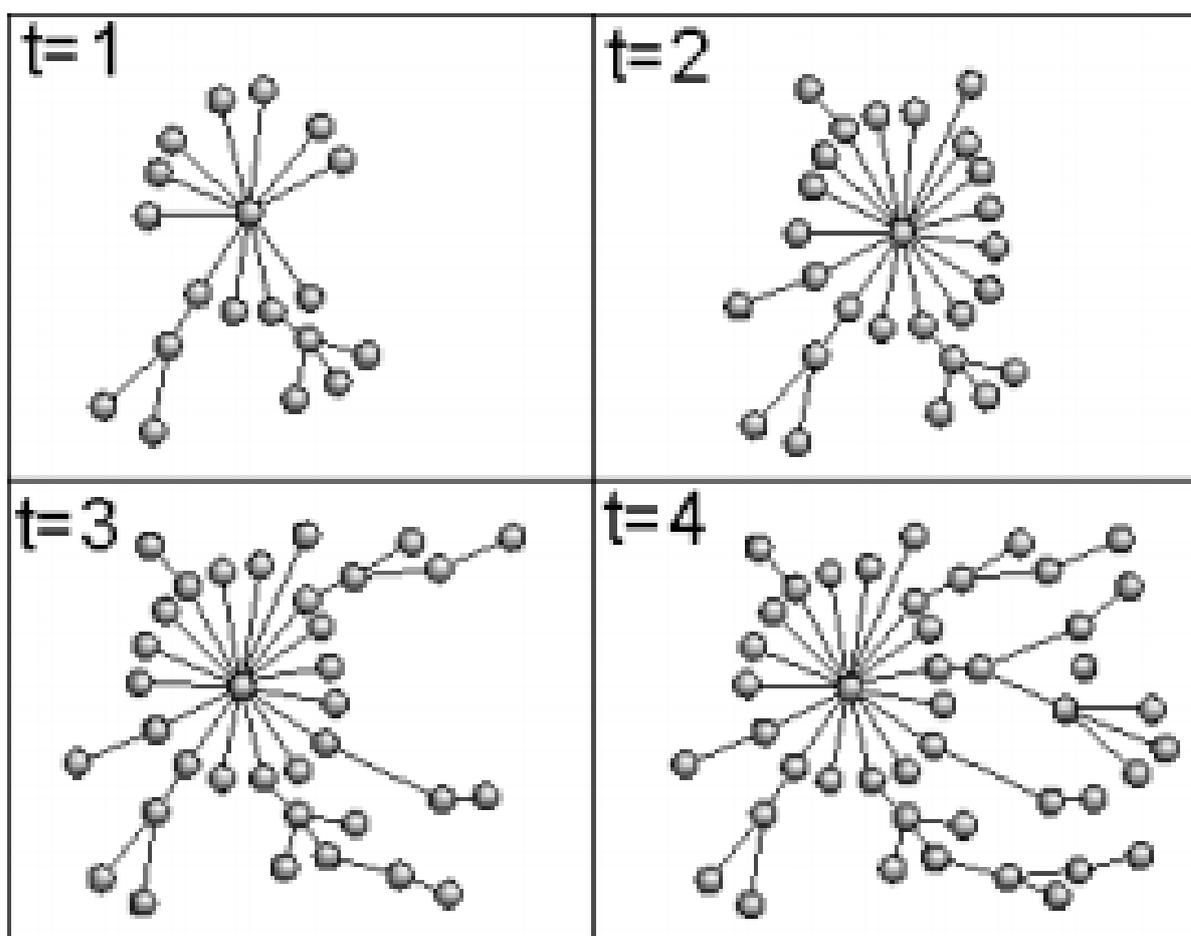


Figura 2 – Evolução dinâmica de uma rede. Retirado de (COSTA et al., 2007).

## 4 Desenvolvimento

A modelagem das formas 3D será feita utilizando conceitos de redes complexas - grafos com propriedades topográficas particulares (METZ et al., 2007). Os aspectos de formas 3D serão extraídos através das características topológicas da rede complexa modelada.

A metodologia utilizada para a implementação do método será uma extensão da solução apresentada por (BACKES, 2010) para formas 2D.

Pra avaliar a capacidade de discriminação do nosso método, nós desenhamos um experimento utilizando um repositório de dados 3D artificiais disponível em: <<http://segeval.cs.princeton.edu>> (CHEN; GOLOVINSKIY; FUNKHOUSER, 2009).

Para avaliação da abordagem proposta, serão considerados os métodos de Histogramas de Formas 3D (ANKERST et al., 1999) e Distribuição de Formas (OSADA et al., 2002) para comparação.

### 4.1 Modelando uma Nuvem de Pontos como uma Rede Complexa

Uma das formas de representar um objeto 3D é através de uma nuvem de pontos (conforme apresentado na Figura 3) onde cada ponto  $p_i = (x_i, y_i, z_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  ocupa uma determinada posição no plano cartesiano,  $p_i \in R^3$ . Podemos modelar facilmente esse objeto 3D em um grafo (ou rede) e utilizar suas características topológicas para identificação e comparação com outras redes e, conseqüentemente, com outros objetos 3D (BACKES et al., 2010). Uma abordagem possível para se construir um grafo  $G = (V, E)$  consiste em considerar cada ponto  $p_i$  do modelo 3D como um vértice  $v_i \in V$  do grafo  $G$ . Neste grafo, uma aresta não dirigida  $e_{i,j} \in E$ , é associada aos vértices dos pontos  $p_i$  e  $p_j$ ,  $e_{i,j} = (p_i, p_j)$  e seu peso,  $w_{i,j} \in W$ , é definido como a distância euclidiana entre os respectivos pontos:

$$w_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}. \quad (4.1)$$

Neste trabalho utilizou-se a distância euclidiana por ser invariante em relação a transformações ortogonais (FALK; MAROHN; TEWES, 2012), e conseqüentemente, não ser afetada por operações de rotação e translação. Devido a normalização, também não é afetada pela alteração da escala, tornando-a uma excelente escolha de medida de distância para aplicação de assinatura de formas, conforme exposto em (OLIVEIRA, 2016). Para evitar influências de escala do objeto 3D, é interessante normalizar o peso  $w_{i,j}$  em um



Figura 3 – Representação de uma forma 3D como nuvem de pontos.

intervalo  $[0, 1]$ . Isso é feito utilizando-se o maior peso computado para uma aresta:

$$w_{i,j} = \frac{w_{i,j}}{\max_{w_{i,j} \in W}}. \quad (4.2)$$

Como todos os vértices são conectados entre si, portanto, possuem o mesmo número de conexões, a rede inicial comporta-se como uma rede completa e regular. Redes regulares não possuem nenhuma propriedade relevantes que possa ser utilizada para descrever o objeto 3D modelado. Portanto, é necessário aplicar uma transformação capaz de converter a rede em questão em uma que possua propriedades relevantes para a análise de objetos 3D. Uma abordagem simples e direta é simular a evolução dinâmica da rede através de um conjunto de limiares  $T$  aplicados sobre o conjunto original de arestas  $E$ . Assim cada limiar  $t \in T$  possibilita a seleção de um subconjunto de arestas  $E_t$ ,  $E_t \subseteq E$ , onde cada aresta  $e_{i,j} \in E_t$  tem um peso  $w_{i,j}$  igual ou menor do que  $t$ . Considerando o conjunto original de vértices  $V$ , essa abordagem cria uma nova rede  $G_t = (V, E_t)$  representando um estágio intermediário na evolução da rede. Cada rede  $G_t$  possui suas próprias propriedades que mudam de acordo com o valor do limiar  $t$  utilizado. A Figura 4 apresenta um exemplo de evolução dinâmica de uma rede obtida a partir de um modelo 3D. Observe que os limiares atuam como um controle de visibilidade da rede, limitando quais vértices são alcançáveis a partir de um vértice específico.

## 4.2 Histograma de graus da rede

Conforme apresentado na Seção 3.2, os graus são características importantes de um vértice (DOROGOVTSSEV; MENDES, 2004; COSTA et al., 2007). O grau de um vértice  $i$ , aqui representado como  $k_i$ , é o número de arestas ligadas ao vértice. Conforme exposto em (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2009),  $k_i$  pode ser definido em termos de uma matriz de adjacências  $A$  como:

$$k_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$$

onde  $N$  é o número de vértices e  $a_{ij}$  as arestas que ligam o vértice  $i$  a outro vértice  $j$ . Sendo assim, o somatório das arestas que ligam  $i$  aos demais vértices  $j$  são o grau de conectividade  $k_i$

Para calcularmos os graus entre cada um dos vértices definimos um limiar de distância e contamos a quantidade de arestas com peso inferior ao limiar escolhido. Utilizando-se dos limiares para se criar sub-redes que emulem a evolução dinâmica da rede.

Após o calculo dos graus de um vértice, para um determinado limiar, fazemos um histograma que irá calcular a quantidade de repetições para cada um dos graus calculados anteriormente. Assim teremos um histograma que representa a probabilidade de um grau da rede possuir  $N$  vizinhos com peso inferior ao do limiar determinado, essa característica é chamada distribuição de graus.

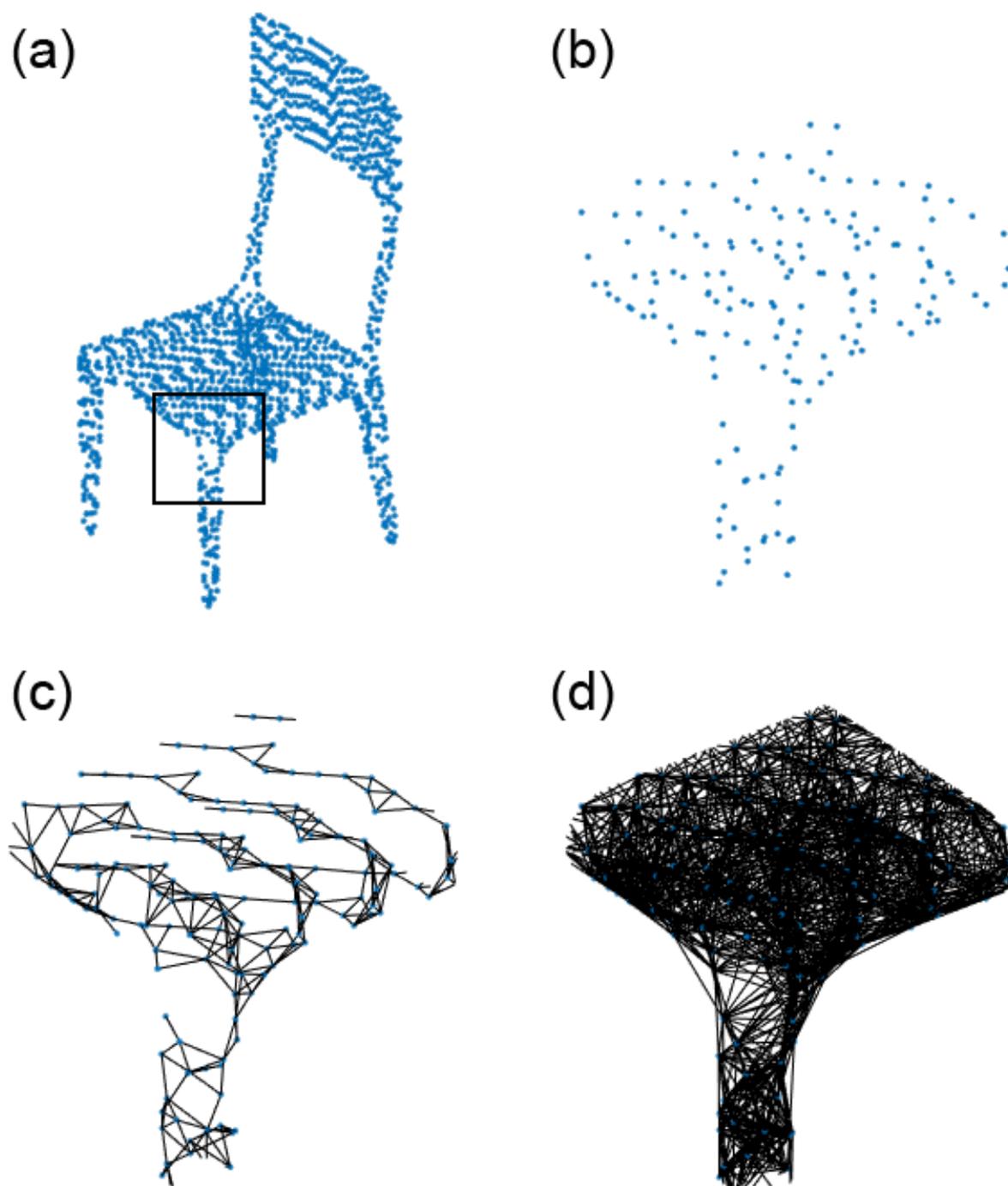


Figura 4 – Evolução dinâmica da rede: (a) Nuvem de pontos de um objeto; (b) Região selecionada de (a); (c) Rede complexa calculada utilizando  $t = 0.025$ ; (d) Rede complexa calculada utilizando  $t = 0.050$ .

### 4.3 Descritores de histograma

Histogramas são uma fonte simples e concisa de informações estatísticas, de onde pode-se extrair propriedades estatísticas que descrevam suas características. Em seu trabalho ele utiliza cinco características de primeira ordem, ou momentos centrais, obtidas a partir de um histograma para criar um vetor de características com variáveis indepen-

dentos entre si (CASANOVA, 2014). São elas:

- Média (CASANOVA, 2014):  $\mu = \sum_{i=0}^{G-1} ip(i)$
- Variância (CASANOVA, 2014):  $\sigma^2 = \sum_{i=0}^{G-1} (i - \mu)^2 p(i)$
- Kurtose (CASANOVA, 2014):  $\mu_4 = \sigma^{-4} \sum_{i=0}^{G-1} (i - \mu)^4 p(i) - 3$
- Energia (CASANOVA, 2014):  $E = \sum_{i=0}^{G-1} [P(i)^2]$
- Entropia (CASANOVA, 2014):  $H = - \sum_{i=0}^{G-1} p(i) \log_2[p(i)]$
- Skewness ():  $\mu_3 = \sigma^{-3} \sum_{i=0}^{G-1} (i - \mu)^3 p(i) - 3$
- Smoothness:  $1 - \frac{1}{(1 + \sqrt{\sigma^2})}$
- IDM:  $\sum_{i=0}^n p(i)/(i^2 + 1)$
- Contraste:  $\sum_{i=0}^n p(i) * i^2$

Conforme exposto em (DOANE; SEWARD, 2011) existem várias fórmulas de se calcular *skewness*. Decidimos, portanto, utilizar a notação acima. Ela é baseada nas notações de Casanova (CASANOVA, 2014) para Kurtose e nas notações apresentadas em (NIST/SEMATECH, 2012).

## 4.4 Vetor de características proposto

O presente trabalho propõe a utilização dos nove descritores citados para extrair as propriedades estatísticas presentes no histograma (CASANOVA, 2014) e de forma a se criar um vetor de características a ser utilizado para discriminar a forma 3D (BACKES, 2010).

Os descritores propostos para a criação do vetor de características podem ser combinados de forma a possibilitar até  $2^9$  combinações possíveis entre si. Também propomos, para o presente estudo, 49 limiares distintos a partir da sequência finita  $a_n$  descrita pelo conjunto abaixo:

$$\{a_n\}_1^{49} = n/50$$

Assim temos um conjunto de valores compreendidos entre 0,020 e 0,980 a serem testados para simular a evolução dinâmica da rede, conforme exposto na Seção 4.1. Cada uma dos limiares geram uma sub-rede distinta, resultando assim em vetores de características únicos para cada um dos limiares.

Dessa forma, caso deseja-se calcular por força bruta a melhor combinação entre limiares e descritores para cada forma, seria necessário testar  $2^{58}$  possibilidades diferentes. O que se apresenta inviável do ponto de vista computacional. As soluções para melhor utilização do vetor de características, sem a utilização de força-bruta, será exposta no próximo capítulo.

## 5 Experimento

### 5.1 Classificação

Após extrairmos os descritores dos histogramas de graus da rede, podemos classificar as formas 3D conforme similaridade dos descritores. A similaridade é calculada através da distância euclidiana entre os descritores obtidos de cada forma. O resultado dessas distância é ordenado e assim temos uma ordenação pela similaridade. O cálculo de acertos é feito a partir dessa ordenação de similaridade.

Para a classificação são utilizadas duas técnicas: O *KNN* com  $k = 1$ , ou simplesmente *1NN*, e a validação cruzada (*Leave-One-Out*).

O *KNN* é uma técnica proposta em (COVER; HART, 1967), e é um dos métodos mais simples e utilizados de classificação, onde é feita a classificação dos  $k$  vizinhos mais próximos no conjunto de treinamento (WEINBERGER; BLITZER; SAUL, 2005).

A *Cross-Validation* é uma técnica para avaliar a capacidade de generalização de um modelo de dados a partir de um conjunto de dados, através da divisão de  $k$  subconjuntos e treinamento sucessivo (KOHAVI et al., 1995). O *Leave-One-Out* pode ser considerado um caso específico de *K-fold*, onde o número de subconjuntos onde  $k = N$ , ou seja, é feita uma divisão de  $N$  subconjuntos, um para cada dado do conjunto. Assim, cada dado único do conjunto original é utilizado em testes contra as observações restantes do subconjunto de treinamento (CASANOVA, 2014).

### 5.2 Experimento

Pra avaliar a capacidade de discriminação do nosso método, nós desenhamos um experimento utilizando um repositório de modelos 3D artificiais disponível em: <<http://segeval.cs.princeton.edu>> (CHEN; GOLOVINSKIY; FUNKHOUSER, 2009). Esse repositório possui um conjunto de 19 diferentes tipos de classes com 20 modelos em cada classe, totalizando assim 380 modelos 3D. Cada um dos modelos apresenta uma variação - diferentes orientações, articulações e etc - do modelo representado pela classe. Alguns exemplos dos objetos presentes no repositório são apresentados na Figura 5.

Para cada modelo, nós computamos nossa abordagem utilizando diferentes limiares,  $t$ . Para cada limiar computamos o histograma do grau de sua respectiva rede complexa e seus nove descritores, como proposto previamente. Calculamos o vetor de características resultante utilizando o método  $k$ -Nearest Neighbor ( $k$ -NN) com  $k = 1$ , que é uma técnica simples de classificação, onde cada amostra é classificada de acordo com a  $k$ -ésima

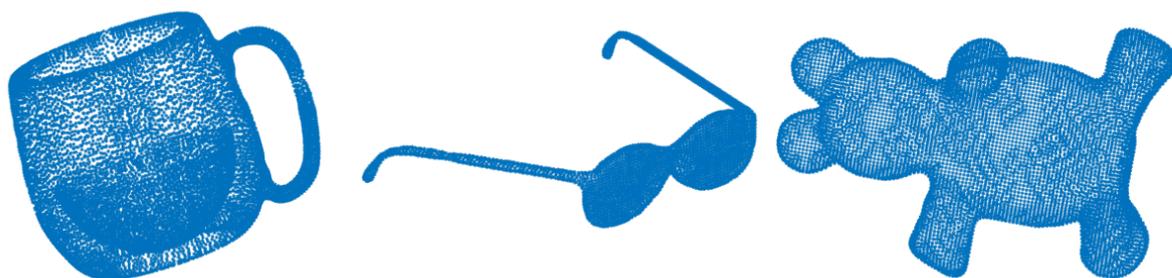


Figura 5 – Exemplos de formas 3D utilizadas nos experimentos.

amostra de treino mais próximo no espaço de propriedades (COVER; HART, 1967).

Para aprimorar a avaliação de nossa abordagem, nós implementamos e comparamos - com a nossa abordagem - as duas seguintes abordagens: (i) 'Histograma de Formas 3D' (ANKERST et al., 1999) e (ii) 'Distribuição de Formas' (OSADA et al., 2002). Uma breve descrição dessas abordagens segue abaixo:

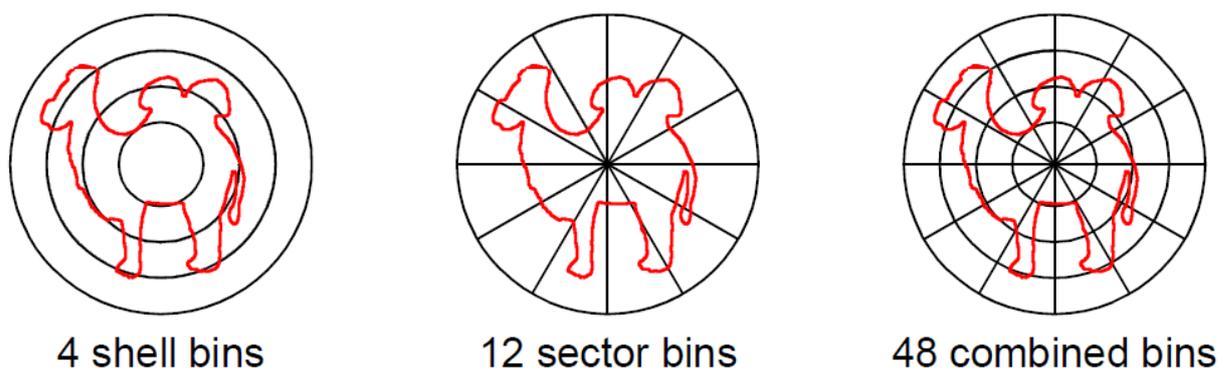


Figura 6 – Exemplos de três técnicas de decomposição espacial. Da esquerda para direita: “shell model”, “sector model” e a combinação de “shell” e “sector model”. Adaptado de (ANKERST et al., 1999)

**Histograma de Formas 3D** (ANKERST et al., 1999): Essa abordagem utiliza um histograma de formas 3D para computar a representação discreta de um objeto 3d. Para conseguir isso, o método decompõe o espaço onde o objeto se encontra em uma das três técnicas sugeridas: (i) “shell model”, (ii) “sector model” e (iii) a combinação entre os modelos de “shell” e “sector”. A Figura 6 apresenta um exemplo das três técnicas de composição. Para cada técnica o método obtém um histograma diferente, onde cada “bin” armazena a quantidade de vértices em uma partição correspondente do espaço decomposto. Considerando que a variação do objeto pode afetar a contagem do “bin”, o método utiliza uma normalização como uma etapa de pré-processamento. A normalização move o centro da massa do objeto em direção à origem e, em sequência, aplica a “Principal Axes Transform” (ANKERST et al., 1999) sobre o objeto para garantir que a variação do pontos do objeto estejam alinhadas com os eixos. Nesse experimento, nos computamos

um histograma utilizando 10 “*shells*” e 8 setores no lugar da configuração proposta no artigo original (20 setores com 6 ou 12 “*shells*”) para alcançar uma taxa de acerto maior nesse repositório de formas 3D.

**Distribuição de formas** (OSADA et al., 2002): Esse método utiliza uma amostra de distribuição de probabilidades para descrever um objeto 3D. O método utiliza uma função de forma computada de uma seleção aleatória de pontos na superfície do objeto 3D.

## 6 Resultados

Inicialmente, nossa abordagem computa a distância euclidiana entre cada um dos pares de pontos de um objeto de forma 3D e, em sequência, normaliza os valores de acordo com o maior. Isso é feito para evitar variações de escala. Como resultado, obtemos uma rede complexa completa e regular como uma representação da nuvem de pontos original. Considerando que um grafo regular não apresenta nenhuma propriedade relevante que possa ser utilizada para classificação de formas 3D, aplicamos o conceito de evolução dinâmica da rede para transformar a rede original em uma com as propriedades desejáveis. Então, para cada rede, obtemos seus histogramas de graus e um conjunto de 9 descritores pode ser computado para discriminar o objeto 3D original. Contudo, para aplicar de forma eficiente nossa abordagem para descrever modelos 3D é necessário definir o conjunto de limiares  $T$  utilizado para realizar a evolução dinâmica da rede e também a combinação entre os 9 descritores que produza a melhor discriminação dos modelos 3D.

Tabela 1 – Resultados alcançados para diferentes conjuntos de limiares quando se utilizando apenas a energia do histograma.

Conjunto #	Limiar inicial ( $t_0$ )	Incremento ( $t_{inc}$ )	Limiar final ( $t_n$ )	Número de limiares ( $n$ )	Taxa de acerto (%)
1	0,020	0,020	0,500	25	60,26
2	0,260	0,020	0,740	25	55,26
3	0,500	0,020	0,980	25	48,42
4	0,020	0,040	0,500	13	59,74
5	0,260	0,040	0,740	13	53,68
6	0,500	0,040	0,980	13	49,47
7	0,020	0,060	0,500	9	58,95
8	0,260	0,060	0,740	9	54,21
9	0,500	0,060	0,980	9	50,79

Tabela 2 – Melhores resultados e suas respectivas configurações

$k$	$F_k$	Descritores do Histograma			# de descritores			Taxa de acerto (%)		
		Set 1	Set 4	Set 7	Set 1	Set 4	Set 7	Set 1	Set 4	Set 7
290	média, energia e smoothness	75	39	27	66,32	68,16	<b>70,79</b>			
306	média, energia, entropia e smoothness	100	52	36	69,21	68,95	70,53			
418	média, variância, energia e smoothness	100	52	36	66,32	67,63	70,53			
432	média, variância, energia e entropia	100	52	36	69,47	70,26	70,00			
464	média, variância, contraste e entropia	100	52	36	68,16	70,26	69,21			
434	média, variância, energia, entropia e smoothness	125	65	45	68,95	69,21	70,79			
496	média, variância, contraste, energia e entropia	125	65	45	<b>69,74</b>	<b>70,79</b>	69,74			
498	média, variância, contraste, energia, entropia e smoothness	150	78	54	69,21	70,00	70,53			

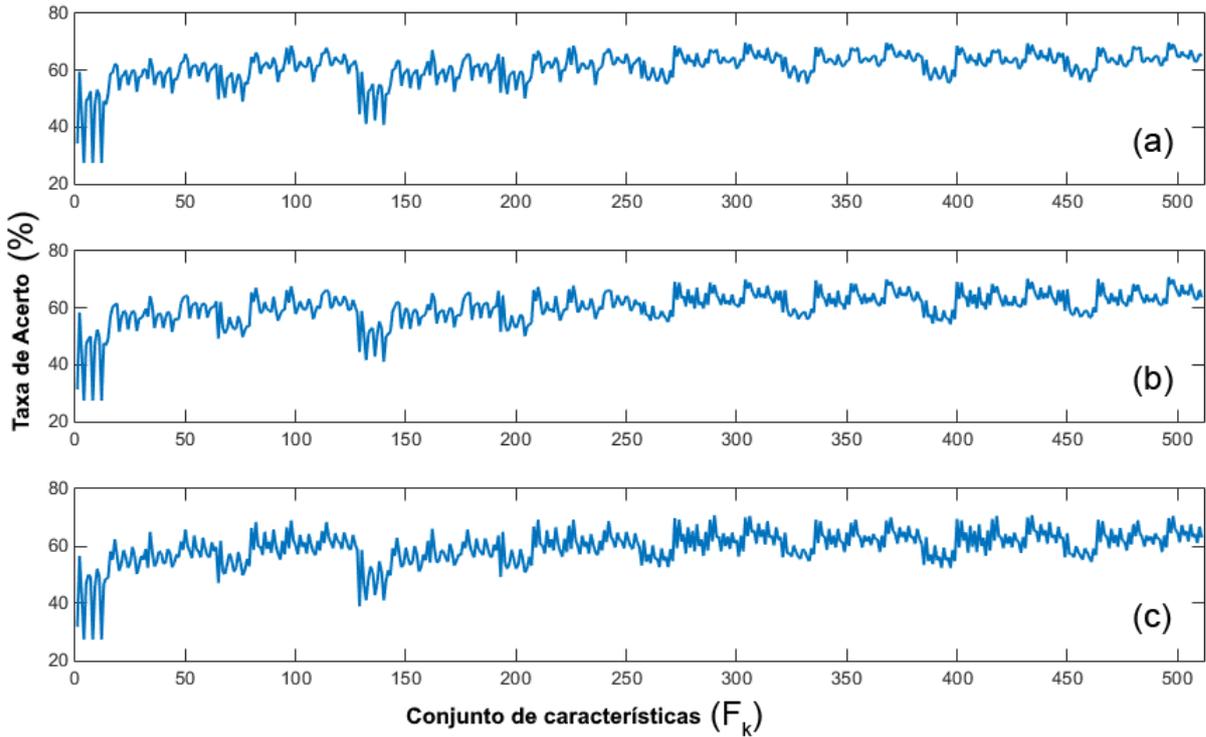


Figura 7 – Taxa de acerto alcançada para diferentes conjuntos de descritores do histogramas para diferentes conjuntos de limiares da Tabela 1: (a) Conjunto 1,  $t_{inc} = 0,020$ ; (b) Conjunto 4,  $t_{inc} = 0,040$ ; (c) Conjunto 7,  $t_{inc} = 0,060$ .

Primeiro, avaliamos os impactos de diferentes conjuntos de limiares na performance da classificação do método. Para esse experimento, consideramos um único descritor de cada histograma: a energia do histograma. A Tabela 1 apresenta os resultados alcançados para cada um dos conjuntos de limiares. De forma a estabelecer cada conjunto de limiares, definimos uma progressão aritmética (PA)  $t_n = t_0 + (n - 1)t_{inc}$  para computá-los matematicamente. Os resultados mostram que o método alcança melhores taxas de acerto quando os limiares estão no intervalo de 0,020 até 0,500 (Conjunto 1), isto é, onde os vértices podem conectar-se apenas com outros vértices com posição próxima ou de distância intermediária. Também percebe-se que os vértices mais próximos são os mais significantes na construção da rede. Mesmo se selecionarmos a mesma quantidade de limiares (Conjuntos 2 e 3), temos uma queda substancial da taxa de acerto se os limiares de menor valor forem desconsiderados.

Também avaliamos o impacto da quantidade de limiares controlada pelo incremento entre eles (Tabela 1). Conforme aumentamos o incremento entre os limiares, há uma ligeira queda na taxa de acerto. Os conjuntos 4 (59,74%) e 7 (58,95%) apresentam, respectivamente, taxa de acerto de 0,52% e 1,31% inferiores em comparação ao conjunto 1. No entanto, enquanto o conjunto 1 utiliza 25 limiares, os conjuntos 4 e 7 utilizam, respectivamente, 13 e 9 limiares. Como pode se ver, a queda da taxa de acerto é tolerável se considerarmos a quantidade de limiares utilizados.

Pode-se argumentar que essa pequena variação na taxa de acerto é percebida apenas quando utiliza-se a energia do histograma como descritor, isto é, para outros conjuntos de descritores do histograma  $F_k$  a variação da taxa de acerto pode ser muito maior quando aumentamos o incremento entre os limiares. De forma a resolver esse problema, avaliamos todas as possibilidades de conjuntos de descritores do histograma  $F_k$ ,  $k = 1, \dots, 511$ , para os três valores de incremento utilizados, como apresentado na Figura 7. De fato, notamos que existem variações entre os resultados para os três conjuntos de limiares. Porém, essas variações nos resultados são pequenas, pois as curvas resultantes apresentam aproximadamente o mesmo aspecto.

Além disso, notamos que para algumas combinações de descritores a taxa de acerto aumenta quando diminuimos a quantidade de limiares. Para ilustrar isso, selecionamos e comparamos alguns dos melhores resultados e suas respectivas configurações (conjuntos de limiares e descritores do histograma), conforme apresentado na Tabela 2. Na tabela, o número de descritores é dado como “número de descritores do histograma” vezes “o número de limiares” do seu respectivo conjunto. Em geral, a utilização de limiares menores alcançaram uma melhor taxa de acerto, que ocorre quando aumentamos o incrementos entre eles. Isso indica que os limiares de valores muito próximos podem gerar redes complexas muito similares em termos de propriedades. A adição de propriedades muito similares ao vetor de características age negativamente sobre a performance, diminuindo ligeiramente a taxa de acerto.

Tabela 3 – Comparação das taxas de acerto entre os diferentes descritores de formas.

Método	# de descritores	Objetos classificados corretamente	Taxa de acertos (%)
Histograma de formas 3D (ANKERST et al., 1999)	640	165	43,42
Distribuição de formas (OSADA et al., 2002)	99	256	67,37
Abordagem proposta	27	269	70,79

Na Tabela 3 apresentamos a taxa de acertos alcançada pela abordagem proposta e as abordagens comparadas. Para nossa abordagem, consideramos o seguinte conjunto de parâmetros: Conjunto de limiares 7 ( $t_0 = 0,020$ ,  $t_{inc} = 0,060$  e  $t_n = 0,500$ ) e três descritores do histograma (média, energia e smoothness). Nesse experimento, os resultados de nossa abordagem superam os métodos comparados. Além disso, nossa abordagem utiliza-se de um conjunto de descritores menor, provando ser mais robusto na discriminação e classificação dos objetos de forma 3D avaliados. Em acréscimo a isso, podemos enfatizar que graças ao uso da distância euclidiana na computação da rede complexa, nossa abordagem é invariante à rotação.

Entre as abordagens comparadas, a boa performance do método de “Distribuição

de Formas” (OSADA et al., 2002) é explicado por duas razões: ele também utiliza a distância euclidiana para calcular a função de forma e essa distância é calculada entre pares aleatórios, o que a torna insensível sobre pequenas perturbações, por exemplo articulação. A incapacidade do método do “Histograma de Formas 3D” (ANKERST et al., 1999) de discriminar corretamente os objetos é explicada, em sua maioria, pela presença da articulação. Mesmo que o método normalize a forma 3D para alcançar a invariação em relação à rotação, a articulação e outras pequenas variações distorcem como os “bins” do histograma são mapeados, fazendo dois modelos similares diferentes na sua representação por histogramas.

# Conclusão

No trabalho propomos uma nova abordagem de modelagem e caracterização de formas 3D utilizando-se da teoria das redes complexas. Estudamos como essas formas poderiam ser representadas de maneira eficiente como uma rede complexa, quais características da rede seriam importantes para caracterização de uma forma 3D, quais os limiares seriam mais relevantes e quais descritores melhor se adequariam ao nosso trabalho. De forma geral, a abordagem proposta superou as expectativas, se tornando um estudo com resultados acima do esperado e que poderá contribuir com a comunidade acadêmica e demais pesquisadores do tema.

Fizemos a validação da abordagem proposta sobre o repositório de dados de (CHEN; GOLOVINSKIY; FUNKHOUSER, 2009) e também a comparamos com dois outros métodos conhecidos na literatura, “Histograma de Formas 3D” (ANKERST et al., 1999) e “Distribuição de Formas” (OSADA et al., 2002). Com resultados superiores aos métodos supracitados, considerando apenas o repositório citado, o estudo se mostrou um sucesso e pode validar a abordagem como factível. Contribuindo assim para o estudo de recuperação e caracterização de formas 3D, mostrando a abordagem por redes complexas como algo viável e que pode render frutos no futuro.

Para futuros trabalhos podemos expandir a validação para outros repositórios e compara-lo com outras abordagens da literatura. Estudar a ordem de complexidade das abordagens e avalia-las não apenas pela taxa de acerto, mas também pelo custo computacional. Utilizar métodos de classificação mais robustos e estudar novas formas de melhorar, ainda mais, a taxa de acertos.

O presente trabalho surgiu como uma obrigação curricular, porém se tornou parte importante da formação do discente, contemplando o pilar da pesquisa e possibilitando que este tenha uma formação completa com os três pilares universitários (ensino, pesquisa e extensão). Os conhecimentos adquiridos durante todo o curso e a longa carga teórica adquirida foram essenciais para que este trabalho fosse realizado. Ter conseguido resultados tão satisfatórios eleva o desejo do discente de contribuir com a comunidade acadêmica como um futuro pesquisador do tema.

# Referências

- ALBERT, R.; BARABÁSI, A. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, v. 74, n. 1, p. 47–97, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 16.
- ANKERST, M. et al. 3d shape histograms for similarity search and classification in spatial databases. In: SPRINGER. *Advances in Spatial Databases*. [S.l.], 1999. p. 207–226. Citado 6 vezes nas páginas 9, 18, 25, 29, 30 e 31.
- BACKES, A. R. *Estudos de métodos de análise de complexidade em imagens*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 12, 16, 18 e 22.
- BACKES, A. R.; CASANOVA, D.; BRUNO, O. M. A complex network-based approach for boundary shape analysis. *Pattern Recognition*, Elsevier, v. 42, n. 1, p. 54–67, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 13, 16 e 20.
- BACKES, A. R.; CASANOVA, D.; BRUNO, O. M. Texture analysis and classification: A complex network-based approach. *Information Sciences*, Elsevier, v. 219, p. 168–180, 2013. Citado na página 13.
- BACKES, A. R. et al. Characterizing 3d shapes using fractal dimension. In: *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications*. [S.l.]: Springer, 2010. p. 14–21. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 18.
- BARABÁSI, A.-L. Scale-free networks: a decade and beyond. *science*, American Association for the Advancement of Science, v. 325, n. 5939, p. 412–413, 2009. Citado na página 13.
- BIMBO, A. D.; PALA, P. Content-based retrieval of 3d models. *ACM Transactions on Multimedia Computing, Communications, and Applications (TOMCCAP)*, ACM, v. 2, n. 1, p. 20–43, 2006. Citado na página 11.
- BOCCALETTI, S. et al. Complex networks: Structure and dynamics. *Physics reports*, Elsevier, v. 424, n. 4, p. 175–308, 2006. Citado 4 vezes nas páginas 13, 14, 15 e 16.
- CASANOVA, D. *Identificação de espécies vegetais por meio da análise de textura foliar*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 15, 22 e 24.
- CHEN, H. H.; HUANG, T. S. A survey of construction and manipulation of octrees. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Elsevier, v. 43, n. 3, p. 409–431, 1988. Citado na página 9.
- CHEN, X.; GOLOVINSKIY, A.; FUNKHOUSER, T. A benchmark for 3d mesh segmentation. In: ACM. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. [S.l.], 2009. v. 28, n. 3, p. 73. Citado 4 vezes nas páginas 9, 18, 24 e 31.
- COSTA, L. d. F. Complex networks, simple vision. *arXiv preprint cond-mat/0403346*, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 10.

- COSTA, L. d. F. et al. Characterization of complex networks: A survey of measurements. *Advances in physics*, Taylor & Francis, v. 56, n. 1, p. 167–242, 2007. Citado 4 vezes nas páginas 15, 16, 17 e 20.
- COSTA, L. da F. *Complex Networks, Simple Vision*. 2004. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/cond-mat/0403346>>. Citado na página 13.
- COSTA, L. da F. et al. Characterization of complex networks: A survey of measurements. *Advances in Physics*, v. 56, n. 1, p. 167–242, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 16.
- COVER, T. M.; HART, P. E. Nearest neighbor pattern classification. *Information Theory, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 13, n. 1, p. 21–27, 1967. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.
- DOANE, D. P.; SEWARD, L. E. Measuring skewness: a forgotten statistic. *Journal of Statistics Education*, American Statistical Association. 732 North Washington Street, Alexandria, VA 22314, v. 19, n. 2, p. 1–18, 2011. Citado na página 22.
- DOROGOVTSEV, S. N.; MENDES, J. F. The shortest path to complex networks. *arXiv preprint cond-mat/0404593*, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 20.
- DOROGOVTSEV, S. N.; MENDES, J. F. F. *Evolution of Networks: from Biological nets to the Internet and WWW*. [S.l.]: Oxford University Press, 2003. United States. ISBN 0-19-851590-1. Citado na página 13.
- ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On random graphs, I. *Publicationes Mathematicae*, v. 6, p. 290–297, 1959. Citado na página 13.
- ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On the evolution of random graphs. In: *Publication of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences*. [S.l.: s.n.], 1960. p. 17–61. Citado na página 13.
- ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On the strenght of connectedness of a random graph. *Acta Mathematica Scientia Hungary*, v. 12, n. 1, p. 261–267, 1961. Citado na página 13.
- FALK, M.; MAROHN, F.; TEWES, B. *Foundations of statistical analyses and applications with SAS*. [S.l.]: Birkhäuser, 2012. Citado na página 18.
- FLORY, P. J. Molecular size distribution in three-dimensional polymers. *Journal of the American Chemical Society*, v. 63, n. 11, p. 3083–3090, 1941. Citado na página 13.
- GALEAZZI, F. et al. Web-based visualization for 3d data in archaeology: The ads 3d viewer. *Journal of Archaeological Science: Reports*, v. 9, p. 1 – 11, 2016. ISSN 2352-409X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352409X16303261>>. Citado na página 9.
- HARALICK, R. M.; SHANMUGAM, K.; DINSTEN, I. H. Textural features for image classification. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 6, p. 610–621, 1973. Citado na página 15.
- KIKUCHI, S. et al. Three-dimensional image reconstruction for biological micro-specimens using a double-axis fluorescence microscope. *Optics communications*, Elsevier, v. 138, n. 1-3, p. 21–26, 1997. Citado na página 9.

- KITAMURA, Y.; KISHINO, F. A parallel algorithm for octree generation from polyhedral shape representation. In: IEEE. *Pattern Recognition, 1996., Proceedings of the 13th International Conference on.* [S.l.], 1996. v. 4, p. 303–309. Citado na página 9.
- KOHAVI, R. et al. A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection. In: *Ijcai.* [S.l.: s.n.], 1995. v. 14, n. 2, p. 1137–1145. Citado na página 24.
- LERCARI, N. 3d visualization and reflexive archaeology: A virtual reconstruction of Çatalhöyük history houses. *Digital Applications in Archaeology and Cultural Heritage*, 2017. ISSN 2212-0548. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212054816300327>>. Citado na página 9.
- MACHADO, B. B. et al. A complex network approach for nanoparticle agglomeration analysis in nanoscale images. *Journal of Nanoparticle Research*, Springer, v. 19, n. 2, p. 65, 2017. Citado na página 9.
- MASLOV, S.; SNEPPEN, K. Specificity and stability in topology of protein networks. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 296, n. 5569, p. 910–913, 2002. Citado na página 15.
- METZ, J. et al. Redes complexas: conceitos e aplicações. *Relatórios Técnicos do ICMC*, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 18.
- MISHRA, S. Application of 3d printing in medicine. *Indian heart journal*, Elsevier, v. 68, n. 1, p. 108–109, 2016. Citado na página 9.
- MOON, Y. L.; PARK, S. H.; SOHN, H. M. 3d imaging in sports medicine. *Sports Orthopaedics and Traumatology*, Elsevier, v. 32, n. 3, p. 276–282, 2016. Citado na página 9.
- NEWMAN, M. E. J. The structure and function of complex networks. *SIAM Review*, v. 45, n. 2, p. 167–256, 2003. Citado na página 13.
- NIST/SEMATECH. *Measures of Skewness and Kurtosis*. 2012. E-Handbook of Statistical Methods. [Http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/](http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/). Citado na página 22.
- OLIVEIRA, A. B. d. Descritor de forma 2d baseado em redes complexas e teoria espectral de grafos. 2016. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 18.
- OSADA, R. et al. Shape distributions. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, ACM, v. 21, n. 4, p. 807–832, 2002. Citado 8 vezes nas páginas 9, 11, 18, 25, 26, 29, 30 e 31.
- PORTO, S. M. Metodologia para a evolução de comunidades em redes complexas dinâmicas. Citado na página 16.
- QIN, Z.; JIA, J.; QIN, J. Content based 3d model retrieval: A survey. In: IEEE. *Content-Based Multimedia Indexing, 2008. CBMI 2008. International Workshop on.* [S.l.], 2008. p. 249–256. Citado na página 11.
- RAPOPORT, A. Nets with distance bias. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, v. 13, n. 2, p. 85–91, 1951. Citado na página 13.

- RAPOPORT, A. Spread of information through a population with sociostructural bias: I. assumption of transitivity. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, v. 15, n. 1, p. 523–533, 1953. Citado na página 13.
- RAPOPORT, A. Contribution to the theory of random and biased nets. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, v. 19, n. 2, p. 257–277, 1957. Citado na página 13.
- RICHARDS-RISSETTO, H. What can gis + 3d mean for landscape archaeology? *Journal of Archaeological Science*, 2017. ISSN 0305-4403. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305440317300705>>. Citado na página 9.
- SCHRÖDER, P.; SWELDENS, W. Digital geometry processing. In: NATIONAL ACADEMIES PRESS. *Frontiers of Engineering:: Reports on Leading-Edge Engineering From the 2000 NAE Symposium on Frontiers in Engineering*. [S.l.], 2001. p. 41. Citado na página 9.
- SHAH, S. A. A.; BENNAMOUN, M.; BOUSSAID, F. Keypoints-based surface representation for 3d modeling and 3d object recognition. *Pattern Recognition*, Elsevier, v. 64, p. 29–38, 2017. Citado na página 9.
- TANGELDER, J. W.; VELTKAMP, R. C. A survey of content based 3d shape retrieval methods. *Multimedia tools and applications*, Springer, v. 39, n. 3, p. 441–471, 2008. Citado na página 12.
- WALLACE, T. P.; WINTZ, P. A. An efficient three-dimensional aircraft recognition algorithm using normalized fourier descriptors. *Computer Graphics and Image Processing*, Elsevier, v. 13, n. 2, p. 99–126, 1980. Citado na página 11.
- WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. *nature*, Nature Publishing Group, v. 393, n. 6684, p. 440–442, 1998. Citado na página 13.
- WEINBERGER, K. Q.; BLITZER, J.; SAUL, L. K. Distance metric learning for large margin nearest neighbor classification. In: *Advances in neural information processing systems*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 1473–1480. Citado na página 24.
- YANG, J.; ZHAO, J.; SUN, Q. 3d model retrieval using constructive-learning for cross-model correlation. *Neurocomputing*, Elsevier, 2017. Citado na página 9.
- YUBIN, Y.; HUI, L.; YAO, Z. Content-based 3-d model retrieval: a survey. *Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 37, n. 6, p. 1081–1098, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 11.